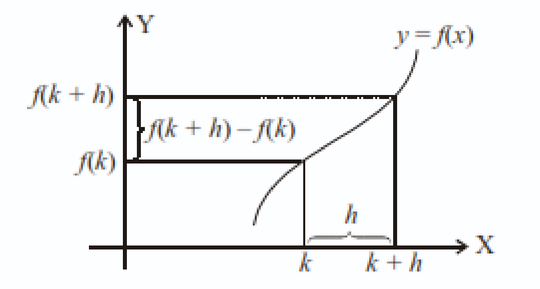
Mata Kuliah : Matematika Terapan 1
Kode Mata Kuliah : KKTI14153
Jumlah SKS : 3 SKS
Nama Dosen : Eddy Bambang
Minggu ke : 10
Tanggal : 19 November 2015
Jadwal : Kamis (07.00 – 08.40)

Turunan

Untuk mengenal Turunan(Diferensial) perhatikan penjelasan berikut. Dari grafik di bawah ini, diketahui fungsi y = f(x) pada interval k < x < k + h,

sehingga nilai fungsi berubah dari f(k) sampai dengan f(k + h).



Perubahan rata-rata nilai fungsi f terhadap x dalam interval k < x < k + h adalah

$\frac{f(k+h)-f(k)}{(k+h)-k} = \frac{f(k+h)-f(k)}{h}$. Jika nilai k makin kecil maka nilai $\lim_{h \to 0} \frac{f(k+h)-f(k)}{h}$ disebut laju perubahan nilai fungsi f pada x = k. Limit nin disebut turunan atau derivatif funsi f pada x =k.

$\lim_{h \to 0} \frac{f(k+h)-f(k)}{h}$ disebut juga turunan fungsi f di x yang ditulis denang notasi f'(x) sehingga kita peroleh rumus sebagai berikut:

$$\boxed{f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}}$$

Jika nilai limitnya ada, fungsi f dikatakan diferensiabel di x dan f' disebut fungsi turunan dari f. Turunan dari y = f(x) seringkali ditulis dengan y' = f'(x). Notasi dari y' = f'(x) juga dapat ditulis:

$\frac{dy}{dx}$ dan $\frac{d\,f(x)}{dx}$.

Contoh:

Tentukan turunan dari fungsi f(x) = x-2

Jawaban:

f(x) = x-2

f(x+h) = x+h-2

f'(x) = $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

= $\lim_{h \to 0} \frac{x+h-2-(x-2)}{h}$

= $\lim_{h \to 0} \frac{x+h-2-x+2}{h}$

= $\lim_{h \to 0} \frac{h}{h}$ = $\lim_{h \to 0} 1$= 1

Teorema Turunan

Misalkan f dan g fungsi-fungsi real, k konstanta real, dan n bilangan asli.

- $D_x[k] = 0$
- $D_x[x] = 1$
- $D_x[x^n] = nx^{n-1}$
- $D_x[kf] = k.D_x[f]$
- $D_x[f+g] = D_x[f] + D_x[g]$
- $D_x[f-g] = D_x[f] - D_x[g]$
- $D_x[fg] = D_x[f] . g + D_x[g] .f$
- $D_x[\frac{f}{g}] = \frac{\mathrm{Dx[f]\ .g + Dx[g]\ .f}\, f}{g^2}$
- $D_x[x^{-n}] = -nx^{-n-1}$

Turunan fungsi trigonometri

- $D_x[\sin x] = \cos x$
- $D_x[\cos x] = -\sin x$
- $D_x[\tan x] = \sec^2 x$
- $D_x[\cot x] = -\csc^2 x$
- $D_x[\sec x] = \sec x . \tan x$
- $D_x[\csc x] = -\csc x . \cot x$

Contoh:

Cari kemiringan garis singgung terhadap y = $x^2 - 2x$ di titik (2,0).

Jawaban:

Karena kemiringan garis singgung merupakan turunan pertama dari sebuah fungsi f(x) = y maka soal diatas dapat diselesaikan menggunakan definisi turunan.

f'(x) = $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

= $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$

= $\lim_{h \to 0} \frac{(2+h)^2-2(2+h)-0}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{4+4h+h^2-4-2h}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{2h+h^2}{h}$

$= \lim_{h \to 0} 2 + h$ = 2 + 0 = 2

Jadi kemiringan garis singgung terhadap $y = x^2 - 2x$ di titik (2,0) adalah 2.